

УДК 66.017:536.24

*Д.Я. Баринов<sup>1</sup>, О.Г. Оспенникова<sup>1</sup>, П.С. Мараховский<sup>1</sup>, А.В. Зувев<sup>1</sup>***ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ПРОГРЕВА  
ДЕСТРУКТИРУЮЩЕГО ТЕПЛОЗАЩИТНОГО МАТЕРИАЛА  
МЕТОДОМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ  
ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ**

DOI: 10.18577/2307-6046-2019-0-8-109-118

*Предложены физическая и математическая модели тепло- и массопереноса в деструктирующем теплозащитном материале. Для проведения моделирования комплексно изучались теплофизические характеристики материала (плотность, теплопроводность, теплоемкость) и кинетические параметры деструкции с помощью термоаналитических методов исследования. Проведено моделирование полей температуры и плотности деструктирующего материала при спуске аппарата с орбиты Земли по характерной для космических аппаратов модельной траектории. Выявлены особенности прогрева образца теплозащитного материала и глубина продеструктировавшего слоя в конечный момент времени расчета.*

**Ключевые слова:** деструкция, тепловая защита, математическое моделирование, температурные поля, массообмен.

*D.Ya. Barinov<sup>1</sup>, O.G. Ospennikova<sup>1</sup>, P.S. Marakhovskij<sup>1</sup>, A.V. Zuev<sup>1</sup>***STUDY OF HEATING DYNAMICS  
OF DESTRUCTIVE HEAT PROTECTIVE MATERIAL  
BY THE METHOD OF MATHEMATICAL MODELING  
OF TEMPERATURE FIELDS**

*Proposed a physical and mathematical model of heat and mass transfer in a destructive heat protective material. For modeling, the thermophysical characteristics of the material (density, thermal conductivity, heat capacity) and the kinetic parameters of degradation were studied using thermoanalytical research methods. The temperature and density fields of the destructive material were simulated during the descent of the vehicle from the earth's orbit along the model trajectory characteristic of space vehicles. The features of the heating of the sample of heat protective material and the depth of the destructed layer at the final moment of time of calculation are revealed.*

**Keywords:** destruction, thermal protection, mathematical modeling, temperature fields, mass transfer.

<sup>1</sup>Федеральное государственное унитарное предприятие «Всероссийский научно-исследовательский институт авиационных материалов» Государственный научный центр Российской Федерации [Federal State Unitary Enterprise «All-Russian Scientific Research Institute of Aviation Materials» State Research Center of the Russian Federation]; e-mail: admin@viam.ru

**Введение**

Проблема тепловой защиты конструкции летательных аппаратов от высокотемпературного окислительного газового потока является одной из основных при проведении проектных расчетов [1–3]. Необходимость решения таких задач возникла с началом запусков баллистических ракет дальнего действия (Р7 – в СССР и «Атлас» – в США).

Оптимальным решением было использование разрушаемой (деструктирующей) тепловой защиты в виде покрытий и обмазок, проектные характеристики которой определялись экспериментально в результате пробных пусков [4, 5]. В основе механизма функционирования материала лежит принцип его взаимодействия с набегающим потоком, при этом имеют место физико-химические процессы разложения и уноса – деструкции. В результате образуется пористая структура и выделяется большое количество вдуваемых в пограничный слой газообразных продуктов.

Начало пилотируемых полетов послужило стимулом к совершенствованию методов расчета прогрева и разрушения теплозащитных материалов в связи с необходимостью обеспечения оптимальных условий для нахождения человека внутри аппарата. Используемые при этом разрушающиеся теплозащитные покрытия обладают низкой удельной массой, высокими механическими характеристиками и способностью саморегулировать скорость разрушения в зависимости от изменяющихся внешних условий. В настоящее время деструктирующие теплозащитные материалы продолжают активно использоваться при создании летательных аппаратов в связи с их неоспоримыми преимуществами.

При разработке конструкционных и функциональных материалов широко применяются методы математического моделирования процессов, происходящих в материалах [6–9]. Создание теплозащитных материалов требует анализа температурных полей в элементах конструкции, которые позволяют значительно сократить сроки и стоимость разработки изделия. Базовый математический аппарат для расчета теплопереноса и деструкции материалов разработан при проектировании космического аппарата «Аполлон». Предложенные подходы до настоящего времени остаются базовыми при разработке математических моделей и проведении расчетов.

Дальнейшее развитие методик расчета тепло- и массообмена в материалах связано с уточнением факторов, учитываемых в рамках модели, размерностей решаемых задач (переход от простых одномерных к более сложным двух- и трехмерным задачам), а также совмещение анализа теплопереноса внутри материала и теплообмена в пограничном слое и т. д. [9, 10]. На смену аналитическим методам расчета приходят численные, такие как метод конечных разностей и метод конечных элементов, которые позволяют проводить моделирование для составных и сложных геометрических форм.

В данной работе проведена разработка математической модели для расчета температурных полей в деструктирующем теплозащитном материале и изучена динамика прогрева модельного образца в зависимости от внешних условий. Работа выполнена в рамках реализации комплексной научной проблемы 2.2. «Квалификация и исследования материалов» («Стратегические направления развития материалов и технологий их переработки на период до 2030 года») [11].

### Материалы и методы

Рассматривается деструктирующий теплозащитный материал, изготавливаемый методом прямого прессования и состоящий из кварцевых волокон с пропиткой кремнийорганическим связующим. Модельный образец материала представляет собой плиту размером 150×150×20 мм. Армирование волокнами – двумерное в плоскости образца. Нагрев плиты осуществляется через лицевую поверхность, поэтому будем рассматривать двумерную постановку задачи, включающую ортогональное лицевой поверхности срединное сечение. Боковые и нижняя поверхности считаются теплоизолированными. Схема рассматриваемой задачи приведена на рис. 1.

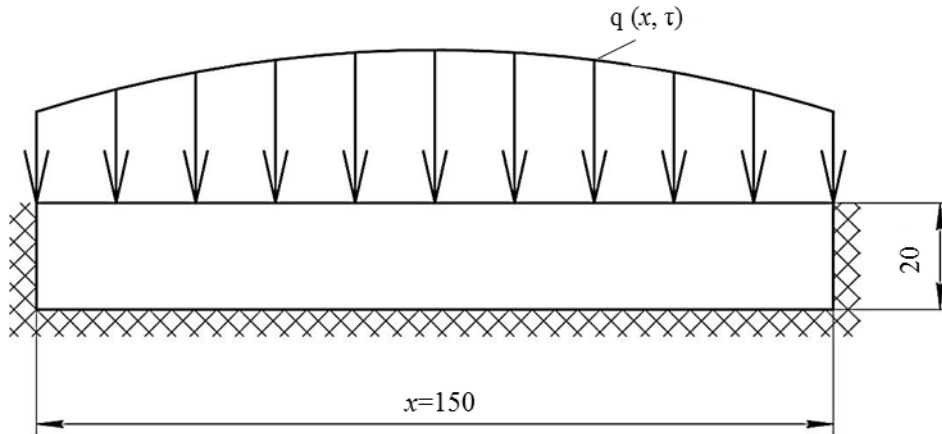


Рис. 1. Схема теплового нагружения образца ( $q$  – тепловой поток;  $\tau$  – продолжительность воздействия)

При деструкции монолитная структура материала переходит в пористую – пористый каркас. При разработке математической модели будем считать, что внутри материала теплоперенос осуществляется с помощью теплопроводности, объемное содержание пор пренебрежимо мало для внесения значительного вклада в теплоперенос излучением и конвекцией. Поверхности образца в общем случае могут взаимодействовать с окружающей средой с помощью радиационного, конвективного и падающего тепловых потоков либо быть теплоизолированными. Теплоперенос описывается нелинейным обобщенным уравнением теплопроводности с начальными и граничными условиями [12]:

$$\rho_p c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} = \text{div}(\lambda_\Sigma \cdot \text{grad} T) - c_{p,g} \dot{m} \cdot \text{grad} T + Q_p, \quad (1)$$

где  $T$  – температура, К;  $\tau$  – продолжительность процесса, с;  $\rho_p$  – плотность пористого каркаса, кг/м<sup>3</sup>;  $c_p$  – удельная теплоемкость пористого каркаса, Дж/(кг·К);  $\lambda_\Sigma$  – теплопроводность пористого каркаса и газообразных продуктов, Вт/(м·К);  $c_{p,g}$  – удельная теплоемкость газообразных продуктов физико-химических превращений, Дж/(кг·К);  $\dot{m}$  – удельный массовый расход образующихся газообразных продуктов, кг/с;  $Q_p$  – тепловой эффект деструкции, Дж/кг.

Начальные условия имеют вид

$$T(0) = T_0; \quad \varphi(0) = \varphi_0, \quad (2)$$

где  $\varphi$  – доля образовавшихся продуктов реакции в общей массе образца (степень превращения);  $T_0$  и  $\varphi_0$  – температура и степень превращения в начальный момент времени.

Граничные условия описываются выражениями вида

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = q; \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha_c (T_R - T); \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \sigma \cdot \varepsilon (T_F^4 - T^4); \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial n} = 0, \quad (3)$$

где  $n$  – вектор внешней нормали к поверхности образца;  $\alpha_c$  – конвективный коэффициент теплообмена, Вт/(м<sup>2</sup>·К);  $T_R$  – температура восстановления, К;  $\sigma$  – постоянная Стефана–Больцмана, Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>);  $\varepsilon$  – степень черноты поверхности;  $T_F$  – температура окружающей среды, К.

Для описания деструкции материала использовано уравнение Аррениуса, при этом оно записывается для каждой стадии многостадийного процесса:

$$-\frac{\partial h}{\partial \tau} = B(\Gamma - h)^\psi \cdot \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right), \quad (4)$$

где  $\Gamma$  – максимальное возможное содержание образовавшихся продуктов реакции в общей массе прореагировавшего вещества;  $h$  – доля образовавшихся продуктов реакции (степень превращения);  $\psi$  – порядок реакции;  $B$  – предэкспоненциальный множитель;  $E_a$  – энергия активации, Дж/моль;  $R$  – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К).

Наряду с системой уравнений, описывающей процессы в материале, для корректного описания температурных полей и деструкции необходим набор исходных данных, который включает: теплофизические характеристики материала (теплопроводность, теплоемкость, плотность); оптические характеристики поверхности (интегральная степень черноты); кинетические параметры реакции деструкции материала (количество стадий, предэкспоненциальные множители, энергии активации, показатели степени – выражение (4)).

Для деструктирующих материалов одним из главных параметров является температура начала разрушения, которая характеризуется началом уноса материала. Она определялась с помощью синхронного термического анализа на приборе STA449F1 (Netzsch) [13]. Суть метода заключается в линейном нагреве тигля с образцом материала и непрерывной регистрацией массы и тепловых эффектов. При измерениях использовали тигли из оксида алюминия объемом 40 мкл. Для обеспечения хорошего теплового контакта с образцом использовали уплотненный мелкодисперсный порошок из оксида алюминия (навеска ~10 мг), засыпаемого на дно тигля. Измерения проводили в среде воздуха со скоростью продувки 70 мл/мин, подаваемого в измерительную ячейку с помощью компрессора. Для предохранения весовой системы, расположенной в нижней части прибора, через нее продували инертный газ аргон с расходом 30 мл/мин.

В связи с ограниченными возможностями серийного термоаналитического оборудования при исследованиях деструктирующих материалов будем определять теплопроводность и теплоемкость до температуры начала деструкции. Температуропроводность определяли импульсным методом на приборе LFA457 Microflash (Netzsch) [14]. Лицевую поверхность образца облучали кратковременным импульсом лазера, при этом регистрировали изменение температуры на тыльной поверхности. Изменение температуры определяли бесконтактным инфракрасным детектором МСТ (HgCdTe). При обработке результатов измерений используют следующие допущения: считается, что температурное поле в образце одномерное, импульс лазера нулевой длительности, образец находится в адиабатических условиях и импульс полностью поглощается поверхностью (слоем нулевой толщины). На практике используют ряд методов при измерениях и обработке результатов, которые учитывают отличие реальных условий измерений от идеальных. Так, характерный размер образца должен превышать его толщину не менее чем в 10 раз; перед вспышкой лазера образец термостатируют при заданной температуре до достижения необходимых критериев стабильности; на поверхность образца наносят покрытие, уравнивающее его оптические свойства (графит в аэрозоле). Кроме того, используют математические модели, учитывающие длительность импульса, теплообмен через торцы образца, частичную прозрачность образца и отражение вспышки от поверхности [15]. В качестве продувочного газа использовали аргон с расходом 70 мл/мин. Для проведения измерений использовали образцы, имеющие форму пластины размером 10×10×2 мм.

Для определения теплоемкости использовали прибор DSC 204F1 (Netzsch), в основе действия которого лежит метод дифференциальной сканирующей калориметрии (ДСК) [16]. Суть метода заключается в линейном нагреве с постоянной скоростью двух тиглей: один пустой, во втором находится исследуемый образец, при этом регистрируется разность температур тиглей – дифференциальный сигнал. По его анализу судят

о происходящих в образце тепловых эффектах. Для определения теплоемкости необходимо провести измерение стандартного образца сапфира в условиях, идентичных условиям при измерении исследуемого образца (скорость нагрева, газовая среда, скорость продувки газом и т. д.). Измерения проводили в тиглях из алюминия, при этом в крышке для выхода газа делалось небольшое отверстие. Тепловой контакт образца с дном тигля обеспечивается прослойкой подпрессованного порошка оксида алюминия. Измерительная ячейка продувается аргоном со скоростью продувки 50 мл/мин. Теплоемкость определяли на образцах, имеющих форму дисков диаметром 5 мм и толщиной 1,5 мм.

Плотность материала определяли с использованием метода обмера и взвешивания, согласно которому по результатам измерений размеров и массы образца рассчитывается искомая величина.

По результатам определения температуропроводности, теплоемкости и плотности расчетным путем определяли теплопроводность в соответствии с выражением

$$\lambda = a \cdot c_p \cdot \rho. \quad (5)$$

Кинетические параметры деструкции материала определяли по результатам проведения термогравиметрического анализа образцов с тремя скоростями нагрева (5, 10 и 20 К/мин). Анализ зависимостей проводили в программном комплексе Netzsch Thermokinetics 3.0, который позволяет путем анализа с помощью многовариантной нелинейной регрессии определить тип реакции, согласно которой происходит деструкция материала, количество стадий, а также все необходимые кинетические параметры.

Моделирование температурных полей проводили для случая спуска с орбиты аппарата капсульного типа, на котором применен рассматриваемый теплозащитный материал, в атмосфере Земли. Модельная зависимость температуры в критической точке от времени при спуске приведена на рис. 2. Такая зависимость является характерной для спускаемых аппаратов типа «Союз». Зависимости изменения характеристик атмосферы (давление, температура), необходимые для проведения моделирования, определяются в соответствии с ГОСТ 4401–81 [17].



Рис. 2. Модельная зависимость температуры в критической точке аппарата от продолжительности спуска

Из зависимости, приведенной на рис. 2, видно, что в начальный момент температура лицевой поверхности повышается и достигает максимума через ~200 с. Это связано с тем, что температура эквивалентна произведению плотности воздуха и квадрата скорости полета. При спуске аппарата с орбиты плотность повышается, при этом снижается скорость, и в некоторый момент времени достигается максимальное значение произведения. Дальнейшее снижение квадрата скорости превосходит рост плотности, что ведет к снижению температуры.

Результаты и обсуждение

Синхронный термический анализ проводили со скоростью нагрева 20 К/мин в среде воздуха. Результаты измерений приведены на рис. 3. Видно, что до температуры 258°С изменений в материале не происходит. Далее наблюдается активная деструкция, которая заканчивается при температуре 766°С. При более высоких температурах остается только неорганическая составляющая материала – продукты разложения связующего и кварцевое волокно. Потеря массы при термоокислительной деструкции составляет 3,4%.

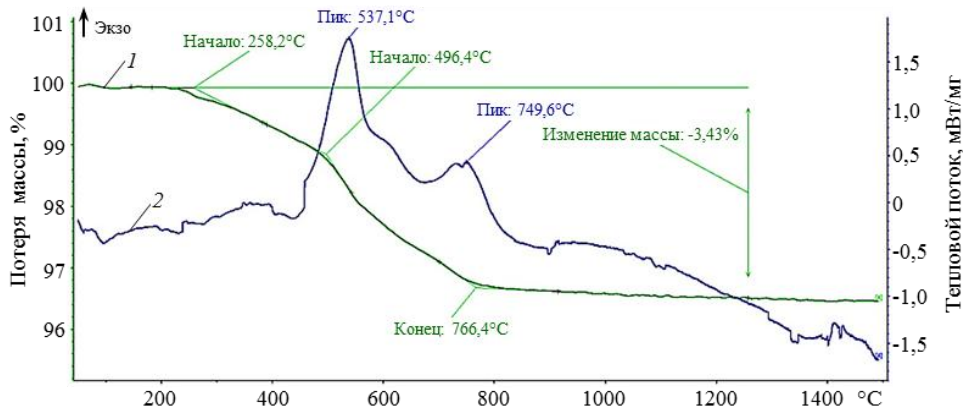


Рис. 3. Результаты синхронного термического анализа образца материала от температуры: 1 – относительная масса образца; 2 – сигнал ДСК

На рис. 4 приведены полученные температурные зависимости теплоемкости и теплопроводности теплозащитного материала. Измеренное значение плотности материала составляет 1410 кг/м<sup>3</sup>.

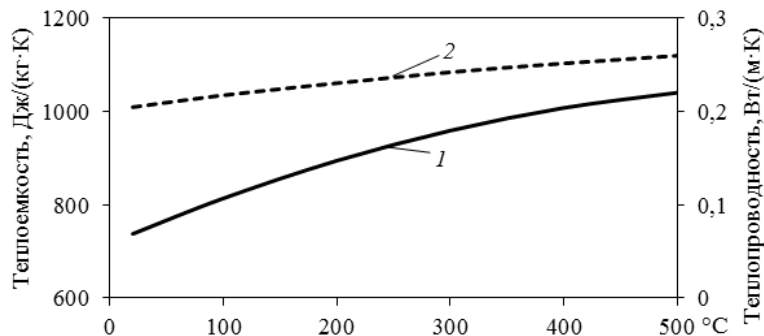


Рис. 4. Температурные зависимости теплоемкости (1) и теплопроводности (2) теплозащитного материала

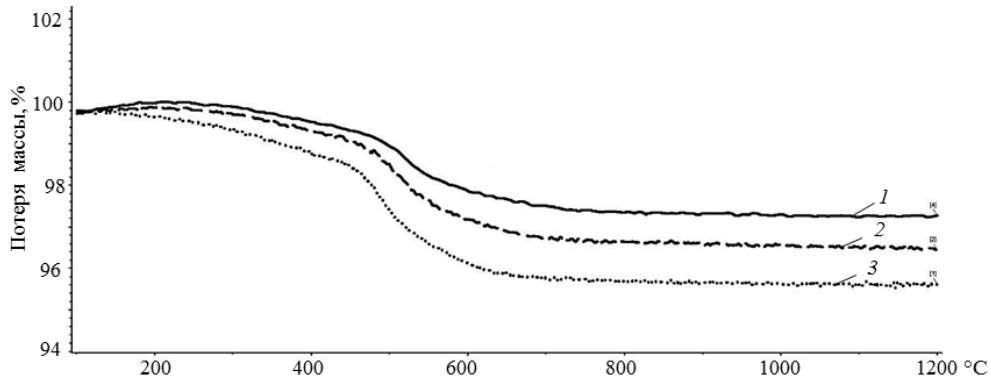


Рис. 5. Термогравиметрические зависимости, полученные при скоростях нагрева 20 (1), 10 (2) и 5 К/мин (3)

В результате проведения анализа термогравиметрических зависимостей (рис. 5), полученных при скоростях нагрева 5, 10 и 20 К/мин, методом многовариантной нелинейной регрессии установлены кинетические параметры деструкции. Деструкция материала описывается уравнением Avrami–Erofeev:

$$\ln\left(\frac{\partial h/\partial t}{1-h}\right) = \ln(\psi \cdot B) - \frac{E_a}{RT} + \frac{\psi-1}{\psi \cdot \ln(-\ln(1-h))}. \quad (6)$$

Значения параметров приведены в таблице. Полученные значения использовали при проведении моделирования температурных полей и деструкции материала.

**Кинетические параметры деструкции материала**

Число стадий	Энергия активации, Дж/моль	Предэкспоненциальный множитель, с <sup>-1</sup>	Показатель степени
1	84552	542,3	0,4999

Моделирование поведения материала проводили в программном комплексе MSC.Marc [18], который позволяет проводить совмещенный анализ прогрева и деструкции материала. При проведении моделирования температура лицевой поверхности считалась известной, остальные грани теплоизолированы. Для деструктирующего материала имеют место стадии исходного и полностью продеструктировавшего материала, при этом выделяются газообразные продукты разложения. При задании свойств деструктирующего материала в препроцессоре задаются теплофизические свойства исходного (*virgin*) и полностью продеструктировавшего (*charred*) материалов, при этом принимаются известные табличные характеристики газообразных продуктов (*gas*). Вносятся также значения кинетических характеристик разрушения.

В результате симметричности температурного нагружения и допущения об отсутствии теплообмена на боковых гранях образца, значения температур будут выводиться вдоль оси симметрии, ортогональной плоскости образца. На рис. 6 приведены зависимости изменения температуры на лицевой поверхности, в точках на глубине 1/4 и 1/2 толщины образца и на тыльной поверхности. Температура лицевой поверхности соответствует модельной зависимости температуры в критической точке. Видно, что в середине образца максимальная температура не превышает 578°C, при этом максимум температуры приходится на 377 с. Температура тыльной поверхности достигает своего максимума (324°C) к концу расчета.

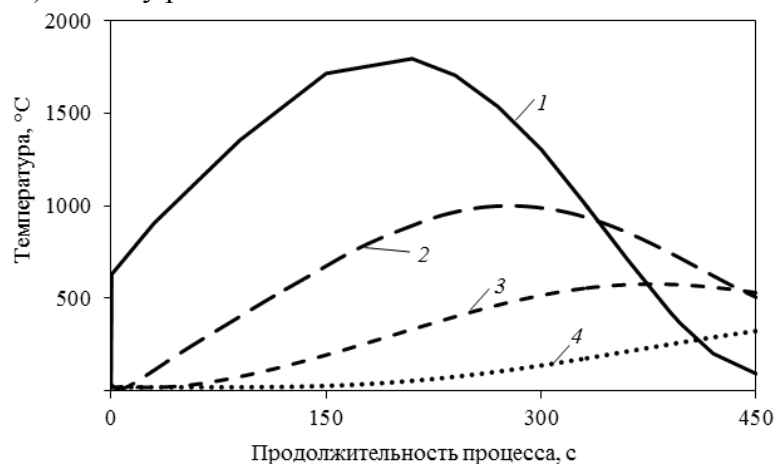


Рис. 6. Зависимости изменения температуры по толщине образца от продолжительности процесса:

1 – лицевая поверхность; 2 – 1/4 толщины от лицевой поверхности; 3 – 1/2 толщины от лицевой поверхности; 4 – тыльная поверхность

На рис. 7 показаны зависимости изменения характеристик деструкции от продолжительности процесса. Видно (рис. 7, 1 и 2), что материал обладает способностью самостоятельно регулировать скорость деструкции в зависимости от внешних условий. Можно заметить, что увеличение температуры лицевой поверхности ведет к нарастанию скорости деструкции. Максимумы температуры (зависимость 4) и скорости деструкции (зависимость 2) смещены во времени относительно друг друга, что может объясняться, с одной стороны, продвижением фронта деструкции, в области которого находится наибольший градиент температуры, вглубь материала и, с другой стороны, прогревом материала по толщине в целом и установлением более равномерного температурного поля. Ширина области, в которой происходит деструкция, увеличивается с 1,2 мм в начальный момент времени до 3,8 мм в конце расчета. Такое увеличение ширины ведет к снижению скорости деструкции, при этом значение интегрального теплового эффекта деструкции сохраняется.

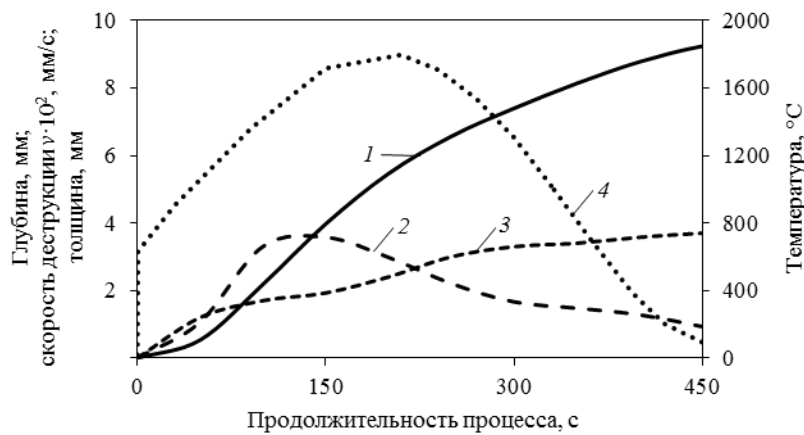


Рис. 7. Зависимости изменения характеристик деструкции материала от продолжительности процесса:

1 – глубина продеструктированного слоя; 2 – скорость деструкции; 3 – толщина переходного слоя, в котором происходит деструкция; 4 – температура лицевой поверхности

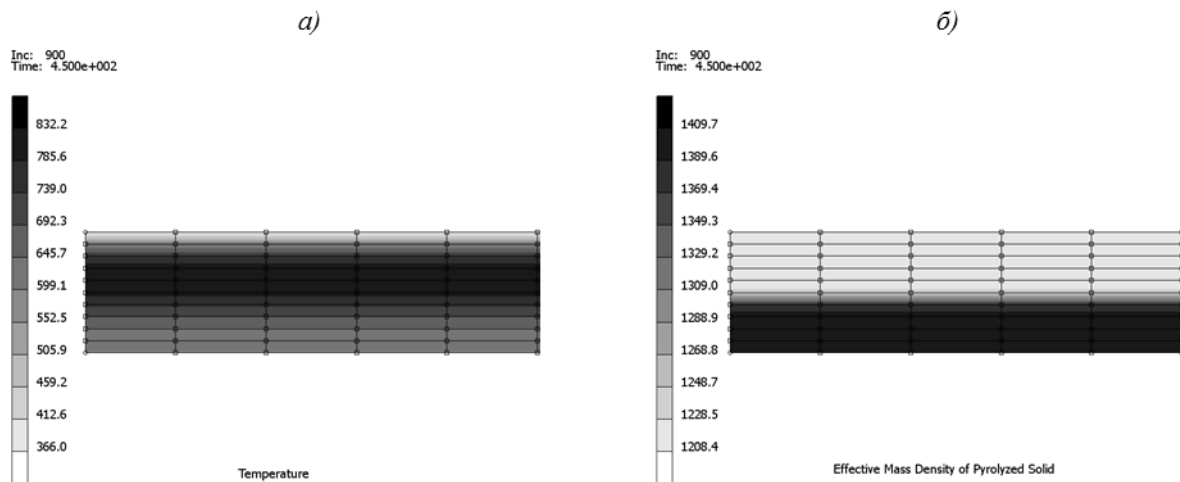


Рис. 8. Поля температур (а) и плотности (б) в конечный момент времени

На рис. 8 приведены поля температур и плотности в конечный момент времени расчета (450 с). С учетом исходной толщины образца 20 мм установленная по рис. 8, б

глубина протеструктурировавшего слоя составляет 9,2 мм. Переходная зона материала, в которой происходит деструкция, составляет 3,7 мм.

### Заключения

Сформулирована физическая модель теплообмена и деструкции теплозащитного материала, на основе которой построена математическая модель. Вследствие симметричности процесса рассматривали двухмерную постановку задачи. Для моделирования использовали программный пакет MSC.Marc.

Экспериментально определены зависимости теплофизических характеристик материала (плотность, теплоемкость, теплопроводность) от температуры и кинетические параметры деструкции. Установлено, что деструкция подчиняется одностадийному уравнению Avrami–Erofeev.

Проведено моделирование температурных полей и деструкции теплозащитного материала для случая спуска аппарата с орбиты в атмосфере Земли по характерной модельной траектории.

Установлено, что толщина деструктировавшего слоя рассматриваемого материала в конце расчета при моделировании спуска с орбиты по модельной траектории составляет 9,2 мм, при этом максимальная температура на тыльной стороне образца составила 324°C.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Житнюк С.В. Бескислородные керамические материалы для аэрокосмической техники (обзор) // Труды ВИАМ: электрон. науч.-технич. журн. 2018. №8 (68). Ст. 08. URL: <http://www.viam-works.ru> (дата обращения: 17.06.2019). DOI: 10.18577/2307-6046-2018-0-8-81-88.
2. Евдокимов С.А., Щеголева Н.Е., Сорокин О.Ю. Керамические материалы в авиационном двигателестроении (обзор) // Труды ВИАМ: электрон. науч.-технич. журн. 2018. №12 (72). Ст. 06. URL: <http://www.viam-works.ru> (дата обращения: 17.06.2019). DOI: 10.18577/2307-6046-2018-0-12-54-61.
3. Доспехи для «Бурана». Материалы и технологии ВИАМ для МКС «Энергия–Буран» / под общ. ред. Е.Н. Каблова. М.: Наука и жизнь, 2013. 128 с.
4. Полежаев Ю.В., Юревич Ф.Б. Тепловая защита. М.: Энергия, 1976. 392 с.
5. Елисеев О.А., Наумов И.С., Смирнов Д.Н., Брык Я.А. Резины, герметики и огне-теплозащитные материалы // Авиационные материалы и технологии. 2017. №S. С. 437–451. DOI: 10.18577/2071-9140-2017-0-S-437-451.
6. Каблов Е.Н., Петрушин Н.В. Компьютерный метод конструирования литейных жаропрочных никелевых сплавов // Литейные жаропрочные сплавы. Эффект С.Т. Кишкина. М.: Наука, 2006. С. 56–78.
7. Барботько С.Л., Вольный О.С., Шуркова Е.Н. Построение феноменологической модели, описывающей изменение характеристики горючести (продолжительности остаточного горения) в зависимости от толщины полимерного материала // Труды ВИАМ: электрон. науч.-технич. журн. 2018. №10 (70). Ст. 12. URL: <http://www.viam-works.ru> (дата обращения: 17.06.2019). DOI: 10.18577/2307-6046-2018-0-10-107-116.
8. Барботько С.Л., Вольный О.С., Кириенко О.А., Шуркова Е.Н. Построение математической модели и расчет температур образцов при испытаниях на огнестойкость // Труды ВИАМ: электрон. науч.-технич. журн. 2017. №7 (55). Ст. 12. URL: <http://www.viam-works.ru> (дата обращения: 17.06.2019). DOI: 10.18577/2307-6046-2017-0-7-12-12.
9. Зуев А.В., Лощинин Ю.В., Баринов Д.Я., Мараховский П.С. Расчетно-экспериментальные исследования теплофизических свойств // Авиационные материалы и технологии. 2017. №S. С. 575–595. DOI: 10.18577/2071-9140-2017-0-S-575-595.
10. Dec J.A., Braun R.D., Lamb B. Ablative Thermal Response Analysis Using the Finite Element Method // Journal of Thermophysics and Heat Transfer. 2012. Vol. 26. No. 2. P. 201–212.

11. Каблов Е.Н. Инновационные разработки ФГУП «ВИАМ» ГНЦ РФ по реализации «Стратегических направлений развития материалов и технологий их переработки на период до 2030 года» // *Авиационные материалы и технологии*. 2015. №1 (34). С. 3–33. DOI: 10.18577/2071-9140-2015-0-1-3-33.
12. Баринов Д.Я., Просунцов П.В. Моделирование теплопереноса в слое разлагающегося материала теплозащитного покрытия спускаемого аппарата // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер.: Машиностроение*. 2016. №6. С. 22–32. DOI: 10.18698/0236-3941-2016-6-22-32.
13. ГОСТ 29127–91. Пластмассы. Термогравиметрический анализ полимеров. Метод сканирования по температуре. М.: Изд-во стандартов, 2004. 5 с.
14. ASTM E 1461–01. Standard Test Method for Thermal Diffusivity by the Flash Method. 2001. P. 1–13.
15. Blumm J., Opfermann J. Improvement of the mathematical modellind of flash measurements // *High Temperatures – High pressures*. 2002. Vol. 34. P. 515–521. DOI: 10.1068/htjr061.
16. ГОСТ Р 56754. Пластмассы. Дифференциальная сканирующая калориметрия (ДСК). Часть 4. Определение удельной теплоемкости. М.: Стандартиформ, 2016. 14 с.
17. ГОСТ 4401–81. Атмосфера стандартная. Параметры. М.: Изд-во стандартов, 1981. 180 с.
18. MSC.Marc Vol. A: Theory and User Information – MSC Software Corporation, 2013. 876 p.