

Научная статья

УДК 539.61

DOI: 10.18577/2307-6046-2024-0-11-100-112

## ОЦЕНКА АДГЕЗИОННОЙ ПРОЧНОСТИ СИСТЕМЫ «ВОЛОКНО–ПОЛИМЕРНАЯ МАТРИЦА» С ПОМОЩЬЮ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОГО БУТСТРЕП-МЕТОДА

А.И. Сутубалов<sup>1</sup>, Н.Ю. Подживотов<sup>1</sup>, П.В. Шершак<sup>1</sup>, Н.О. Яковлев<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное унитарное предприятие «Всероссийский научно-исследовательский институт авиационных материалов» Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», Москва, Россия; admin@viam.ru

**Аннотация.** Рассмотрены практические аспекты применения бутстреп-метода для задач микромеханики с целью оценки адгезионной прочности системы «волокно–полимерная матрица». Приведен подробный алгоритм построения доверительных интервалов при расчете бутстреп-методом. Проведен сравнительный анализ интервальной оценки экспериментальных данных адгезионной прочности с использованием непараметрического (бутстреп) и параметрического методов. По сгенерированным бутстреп-выборкам построена гистограмма частотных распределений средних значений адгезионной прочности системы «волокно–полимерная матрица».

**Ключевые слова:** микромеханические характеристики, микромеханика, адгезия, доверительные интервалы, интервальная оценка, параметрический метод, бутстреп-метод

**Для цитирования:** Сутубалов А.И., Подживотов Н.Ю., Шершак П.В., Яковлев Н.О. Оценка адгезионной прочности системы «волокно–полимерная матрица» с помощью непараметрического бутстреп-метода // Труды ВИАМ. 2024. № 11 (141). Ст. 08. URL: <http://www.viam-works.ru>. DOI: 10.18577/2307-6046-2024-0-11-100-112.

Scientific article

## ASSESSMENT OF THE ADHESIVE STRENGTH OF THE FIBER–POLYMER MATRIX SYSTEM USING THE NONPARAMETRIC BOOTSTRAP METHOD

A.I. Sutubalov<sup>1</sup>, N.Yu. Podzhivotov<sup>1</sup>, P.V. Shershak<sup>1</sup>, N.O. Yakovlev<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Federal State Unitary Enterprise «All-Russian Scientific-Research Institute of Aviation Materials» of National Research Center «Kurchatov Institute», Moscow, Russia; admin@viam.ru

**Abstract.** The article discusses the practical aspects of using the bootstrap method in micromechanics problems to assess the adhesive strength of the fiber–polymer matrix system. The article provides a detailed algorithm for constructing confidence intervals when calculating the bootstrap method. A comparative analysis of the interval estimation of experimental adhesive strength data using the nonparametric (bootstrap) method and a number of parametric methods was carried out. Based on the generated bootstrap samples, a histogram of the frequency distributions of the average values of the adhesive strength of the fiber–polymer matrix system is constructed.

**Keywords:** micromechanical characteristics, micromechanics, adhesion, confidence intervals, interval estimation, parametric method, bootstrap method

**For citation:** Sutubalov A.I., Podzhivotov N.Yu., Shershak P.V., Yakovlev N.O. Assessment of the adhesive strength of the fiber–polymer matrix system using the nonparametric bootstrap method. *Trudy VIAM*, 2024, no. 11 (141), paper no. 08. Available at: <http://www.viam-works.ru>. DOI: 10.18577/2307-6046-2024-0-11-100-112.

## Введение

Проведение механических и микромеханических испытаний необходимо для разработки и оценки качества волокон в процессе производства, технологий применения в текстильной отрасли, а также для оценки волокон как основной упрочняющей фазы в композиционном материале, в том числе адгезии с потенциальной матрицей [1–8].

Существующий опыт проведения микромеханических испытаний волокон и систем «волокно–полимерная матрица» указывает на значительный разброс экспериментальных данных [6–11], причинами которого являются нестабильность исходных компонентов, отклонения в технологическом процессе производства, непостоянство формы поперечного сечения волокна, сложность проведения испытаний (хрупкость и малый диаметр волокна) и др. [10–12]. Кроме того, при оценке статистических показателей  $\Theta$  исследователи вынуждены обходиться выборками малого объема (менее 30 индивидуальных значений) ввиду высокой стоимости, больших трудовых и временных затрат на изготовление образцов [13]. Все перечисленное повышает уровень неопределенности полученных результатов и может приводить к неверным выводам.

Одним из решений для снижения указанной неопределенности и обоснованной (гарантированной с заданной вероятностью) интерпретации результатов микромеханических испытаний является использование доверительных интервалов (ДИ) статистических показателей экспериментальных данных. При построении ДИ учитываются статистическая погрешность и степень изменчивости данных. Истинное значение статистического показателя с заданной доверительной вероятностью (надежностью)  $\gamma = 1 - \alpha$  (где  $\alpha$  – уровень значимости) будет находиться в диапазоне значений  $[\Theta_n(\gamma); \Theta_v(\gamma)]$ , где  $\Theta_n(\gamma)$ ,  $\Theta_v(\gamma)$  – значения нижней и верхней границ ДИ соответственно. Обычно уровень доверительной вероятности принимают равным 90 или 95 % [14, 15].

В случае повышенного разброса экспериментальных данных использование ДИ позволяет более объективно оценить результаты испытаний. Объективная оценка характеристик микромеханики особенно важна при разработке новых материалов, проектировании конструкции в программных комплексах.

По результатам микромеханических испытаний с помощью бутстреп-метода сгенерированы различного объема выборки значений адгезионной прочности системы «волокно–полимерная матрица», на которых в качестве примера показана интервальная оценка основных статистических показателей.

## Материалы и методы

### *Методы испытаний адгезионной прочности системы «волокно–полимерная матрица»*

Методам определения адгезионной прочности границы раздела системы «волокно–полимерная матрица»  $\tau_0$  в научно-технической литературе уделяется большое внимание. Их условно относят к микро- и макромеханике [10].

Объектами микромеханических (прямых) методов исследования являются волокна вместе с прилегающим к ним слоем связующего, которые в совокупности представляют собой элементарную ячейку волокнистого композита.

Основным принципом микромеханических испытаний для определения адгезионной прочности является выдергивание волокна из пленки/капли полимера или полимерной матрицы (рис. 1) [9]. Такие испытания проводят на машинах, предназначенных для работы с малыми предельными нагрузками (менее 1 кН) и оснащенных специальными захватными приспособлениями.

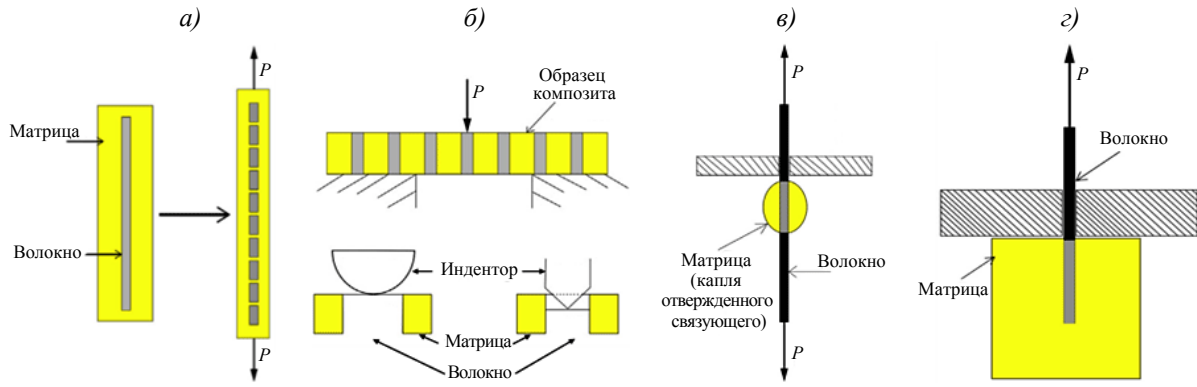


Рис. 1. Микромеханические испытания для определения адгезионной прочности системы «волокно–полимерная матрица»: а – фрагментация волокна; б – выталкивание волокна наноиндентором; в – вытягивание волокна из капли полимера; г – вытягивание волокна из полимерной матрицы [9]

Поскольку невозможно изготовить образцы в виде пластин с поверхностью, идентичной поверхности волокон, в настоящее время микромеханические испытания являются единственным прямым методом определения прочности адгезионных соединений полимерной матрицы с поверхностью армирующих наполнителей [10].

Для исследования адгезионной прочности системы «волокно–полимерная матрица» на макроуровне (косвенные методы испытаний) используют элементарные образцы полимерных композиционных материалов (рис. 2).

Одним из наиболее распространенных косвенных методов определения адгезионной прочности является испытание на межслойный сдвиг методом короткой балки (рис. 2, г). Сдвиговое разрушение происходит при условии, что отношение расстояния между опорами на трехточечный изгиб к толщине образца невелико. В таком случае горизонтальные сдвиговые напряжения достигают предельных значений раньше, чем растягивающие и сжимающие.

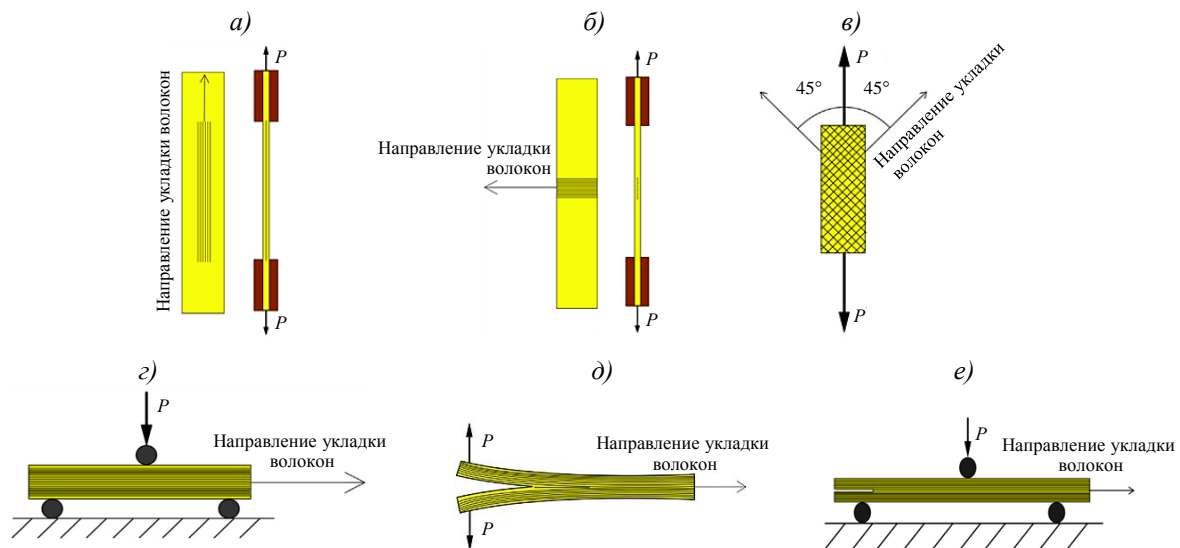


Рис. 2. Косвенные методы определения адгезионной прочности «волокно–полимерная матрица»: а – фрагментация жгута волокон; б – трансверсальный отрыв; в – сдвиг в плоскости листа при укладке  $\pm 45$  градусов; г – межслойный сдвиг; д – межслоевая трещиностойкость по моде I; е – межслоевая трещиностойкость по моде II [9]

**Интервальная оценка микромеханических характеристик**

Для интервальной оценки статистических результатов механических испытаний, как правило, используют параметрические методы, которые являются основой анализа данных, численным критерием принятия (или непринятия) статистических гипотез и обоснования выводов.

Такие методы наиболее эффективны лишь при условии выполнения гипотезы о принадлежности анализируемых выборок нормальному закону распределения [4, 14–18]. Для проверки соответствия выборок нормальному закону распределения в большинстве задач используется критерий Шапиро–Уилка [16] или Андерсона–Дарлинга [4].

Эффективность параметрических методов также существенно зависит от объема выборок экспериментальных данных. Распределение экспериментальных данных в прикладных статистических задачах микромеханики, как правило, отличается от нормального или является непараметрическим. При этом объем выборок мал. Все это уменьшает эффективность и тем самым ограничивает применение параметрических методов. Формулы для нахождения границ ДИ параметрическими методами приведены в табл. 1.

Таблица 1

**Определение границ доверительных интервалов классическими методами [17]**

Статистический показатель	Граница	Формула для определения границ доверительного интервала
Среднее значение ( $\mu$ )	Верхняя	$x' + t_{1-\alpha} \frac{S}{\sqrt{n}}$
	Нижняя	$x' - t_{1-\alpha} \frac{S}{\sqrt{n}}$
Стандартное отклонение ( $\sigma$ )	Верхняя	$S \sqrt{\frac{n-1}{\chi_{(1-\alpha)/2}^2}}$
	Нижняя	$S \sqrt{\frac{n-1}{\chi_{\alpha/2}^2}}$
Вероятность события ( $p$ )	Верхняя	$\frac{m}{n} + t_{1-\alpha} \sqrt{\frac{\frac{m}{n} \left(1 - \frac{m}{n}\right)}{n}}$
	Нижняя	$\frac{m}{n} - t_{1-\alpha} \sqrt{\frac{\frac{m}{n} \left(1 - \frac{m}{n}\right)}{n}}$

Примечание.  $x'$  – среднее значение выборки;  $n$  – количество значений в выборке;  $t_{1-\alpha}$  – критическое значение  $t$ -распределения Стьюдента для  $n - 2$  степеней свободы и уровня значимости  $\alpha$ ;  $S$  – выборочное стандартное отклонение;  $\chi_{(1-\alpha)/2}^2$  и  $\chi_{\alpha/2}^2$  – критические значения распределения  $\chi^2$  для  $n - 1$  степеней свободы и уровня значимости  $\alpha$ ;  $m$  – количество значений в выборке, соответствующих событию  $A$ .

Альтернативой параметрическим методам является бутстреп-метод (от англ. bootstrap – раскрутка, самонастройка) [18–20]. Это один из наиболее простых и эффективных способов построения ДИ и оценки выборочного распределения статистического показателя. Преимущества бутстреп-метода заключаются в непараметрическом

характере и способности обрабатывать асимметричные распределения. Для решения задач микромеханики метод особенно полезен, когда распределение выборки неизвестно или данные не соответствуют нормальному закону распределения.

Для построения ДИ с помощью бутстреп-метода используют следующий алгоритм [18–20].

Шаг 1. Используя генератор случайных чисел с возвращением, на основе исходных результатов испытаний  $x_1, x_2, \dots, x_n$  по определяемой характеристике механических свойств получают бутстреп-выборку (псевдовыборку)  $x_{boot1}, x_{boot2}, \dots, x_{bootn}$ , которая по размеру равна исходной выборке. Поскольку бутстреп-выборка генерируется с возвращением, то некоторые значения из первоначальных данных могут повторяться в бутстреп-выборке по несколько раз, а другие значения – отсутствовать.

Строгие правила, касающиеся размера  $n$  исходной выборки, отсутствуют. В общем случае, чем больше исходная выборка, тем более точными и устойчивым будут оценки статистических показателей.

Шаг 2. Независимо повторяют шаг 1  $k$  раз, чтобы получить множество случайных  $k$  бутстреп-выборок размером  $n$ . Количество итераций  $k$  процесса бутстрепирования устанавливается произвольно и может быть оценено путем построения графика зависимости статистического показателя  $\Theta$  (шаг 3) от количества бутстреп-выборок  $k$ , как это сделали авторы работы [19].

Шаг 3. Для каждой бутстреп-выборки рассчитывают значение анализируемого статистического показателя  $\Theta$  – среднее значение, стандартное отклонение, медиану, долю вероятности события или др.

Дополнительно по полученному набору статистических показателей можно построить гистограмму, отражающую закономерности изменчивости распределения анализируемого статистического показателя  $\Theta$ . Это позволит визуально оценить закон распределения и определить границы ДИ анализируемого статистического показателя. Пример построения гистограммы продемонстрирован далее.

Шаг 4. Определяют границы ДИ статистического показателя по массиву из  $k$  бутстреп-выборок, который предварительно отсортирован в порядке возрастания. На практике для вычисления границ ДИ используют несколько методов, пять из которых рассмотрены в данной статье.

1. Метод процентилей (bootstrap percentile interval) [18, 19]. Это наиболее простой и понятный бутстреп-метод. Суть метода заключается в том, что в качестве границ ДИ статистического показателя  $\Theta$  будут квантили  $[q_{\alpha/2}; q_{1-\alpha/2}]$  отсортированного массива из  $k$  бутстреп-выборок:

$$[q_{\alpha/2} = \Theta_H(\alpha/2); q_{1-\alpha/2} = \Theta_B(1 - \alpha/2)].$$

Нижняя граница ДИ будет соответствовать элементу  $\Theta_H(\alpha/2)$  из отсортированного массива, а верхняя граница – элементу  $\Theta_B(1 - \alpha/2)$  этого же массива.

Метод имеет недостаток: фактически определяются не ДИ для искомого статистического показателя, а толерантные интервалы по бутстрепируемой статистике.

2. Метод основных ДИ (bootstrap pivotal confidence interval) [18, 19]. Еще один вариант построения ДИ для статистического показателя  $\Theta$  определяется по формуле

$$[2\Theta'_{boot} - q_{1-\alpha/2}; 2\Theta'_{boot} - q_{\alpha/2}],$$

где  $\Theta'_{boot}$  – среднее значение статистического показателя  $\Theta$  по всем  $k$  бутстреп-выборкам.

При симметричном распределении исходной выборки границы основного ДИ будут совпадать с границами, построенными методом процентилей.

3. Метод оценки ДИ, использующий  $t$ -распределение Стьюдента (только для среднего значения) [21]. Использование  $t$ -распределения Стьюдента основано на теоретическом утверждении центральной предельной теоремы: сумма независимых наблюдений,

имеющих любое распределение, приближается к нормальному распределению по мере увеличения количества наблюдений. Тогда доверительная область рассчитывается как

$$[\Theta'_{boot} - t_{\alpha}S_{boot}; \Theta'_{boot} + t_{\alpha}S_{boot}],$$

где  $t_{\alpha}$  – критическое значение  $t$ -распределения Стьюдента для  $n - 1$  степеней свободы и уровнем значимости  $\alpha$ ;  $S_{boot}$  – стандартное отклонение статистического показателя  $\Theta$  по всем  $k$  бутстреп-выборкам.

Истинные доверительные границы могут иметь сдвиг относительно вычисленных эмпирическим путем границ доверительной области, так как  $t$ -распределение Стьюдента построено на нормально распределенной величине.

4. Метод ДИ стьюдентизированного типа (только для среднего значения) [21]. Метод помогает решить проблему сдвига границ, оговоренную в методе 3. Значение  $t_{\alpha}$  корректируется за счет отказа от того, что анализируемая выборка распределена нормально. Бутстреп-методом рассчитывается  $t$ -статистика по формуле

$$t_i = (\Theta'_i - \Theta'_{boot})/m_i,$$

где  $m_i$  – стандартная ошибка среднего для  $i$ -й бутстреп-выборки,  $i = 1 \dots k$ .

Тогда можно восстановить функцию  $t$ -распределения, не опирающуюся на предположение о нормальности. Значения  $t_i$  сортируют в порядке возрастания, определяют квантили для  $\alpha/2$  и  $(1 - \alpha/2)$ . Границы ДИ определяют по формуле

$$[\Theta'_{boot} - t_{1 - \alpha/2}S_{boot}; \Theta'_{boot} - t_{\alpha/2}S_{boot}].$$

5. Метод коррекции смещения ВСа (Bias Correction and acceleration). Брэдли Эфрон разработал процедуру коррекции доверительных границ ВСа, которая учитывает различные выбросы, дрейф стандартной ошибки и другие факторы [19]. Однако определение границ ДИ методом Брэдли Эфрона из-за сложных вычислений используется значительно реже, чем методы, рассмотренные ранее. Поэтому в данной статье определение границ ДИ методом коррекции смещения ВСа не приведено. Подробное описание этой процедуры можно найти в учебном пособии по бутстреп-анализу в работе [19].

Параметрические методы и бутстреп-метод неустойчивы к наличию выбросов в выборках, что может привести к искажению границ ДИ. Широкий диапазон ДИ является причиной недостаточной точности статистических выводов. Поэтому перед построением доверительного интервала рекомендуется проверить наличие выбросов в исходной выборке с помощью статистического критерия Граббса по ГОСТ Р ИСО 5725-2–2002. В зарубежной литературе [4] для проверки на выбросы рекомендуется использовать статистический критерий максимальной нормированной разности MNR по обнаружению выбросов.

### ***Пример построения доверительных интервалов***

Исследователь, который работает с результатами микромеханических испытаний волокон или систем «волокно–полимерная матрица», сталкивается с рядом сложностей при проведении статистической обработки. Например, часто выборка наблюдений мала, распределение данных не всегда соответствует нормальному распределению.

Далее приведен пример построения ДИ при испытаниях 100 образцов по измерению адгезионной прочности системы «волокно–полимерная матрица» методом выталкивания единичных волокон из полимерной матрицы с помощью наноиндентора. Методика проведения испытаний рассмотрена в работах [9, 10]. Результаты испытаний сгенерированы случайным образом для двух законов распределения [4] с заданными параметрами: нормального ( $\mu = 53$ ,  $\sigma = 3,5$ ) и Вейбулла ( $\mu = 55$ ,  $\sigma = 16$ ). Результаты испытаний представлены в виде гистограмм на рис. 3.

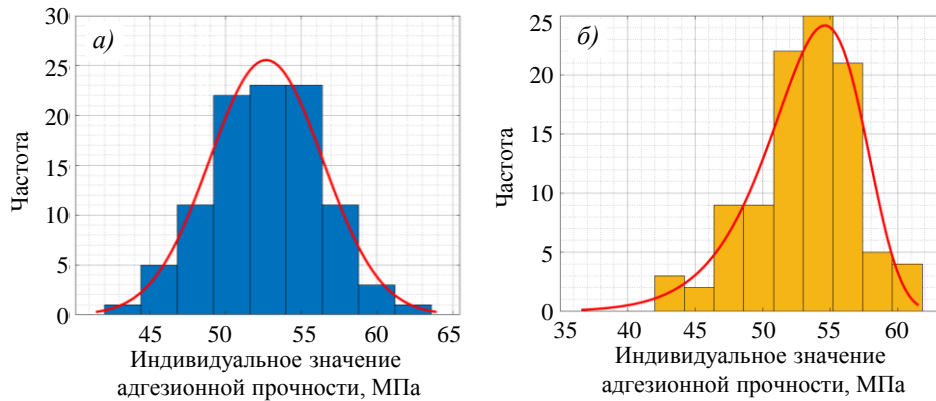


Рис. 3. Гистограммы для нормального распределения (а) и распределения Вейбулла (б)

Предварительно проведена проверка на нормальность с использованием критерия Андерсона–Дарлинга с уровнем доверительной вероятности 95 % и построены соответствующие зависимости (рис. 4). В результате соединения точек линиями получены зависимости изменения фактических и критических значений критерия Андерсона–Дарлинга от 2 до 100 результатов испытаний.

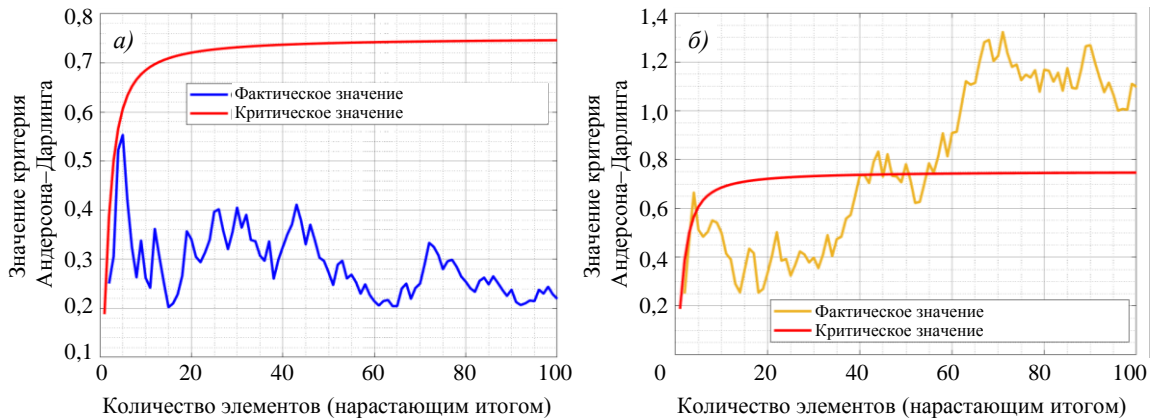


Рис. 4. Зависимости изменения фактических и критических значений критерия Андерсона–Дарлинга для нормального распределения (а) и распределения Вейбулла (б) при уровне доверительной вероятности 95 %

На основе рандомизированных 100 результатов испытаний (рис. 3) с применением формул из табл. 1 и бутстреп-методов  $l-5$  построены ДИ среднего значения адгезионной прочности с уровнем доверительной вероятности 95 %. С использованием алгоритма замены с возвратом при бутстрепе сгенерированы 10000 бутстреп-выборок, для каждой из которых вычислены оценки статистических показателей.

С целью выявления зависимости ширины ДИ от количества результатов испытаний построен график (рис. 5). По оси абсцисс нарастающим итогом указано количество результатов испытаний, а по оси ординат – статистический показатель адгезионной прочности системы «волокно–полимерная матрица»  $x'$ .

Показано преимущество использования бутстреп-метода по отношению к параметрическому методу на примере среднего значения адгезионной прочности. На рис. 5 в виде гистограммы отображено распределение средних значений  $x'_{boot}$  адгезионной прочности при  $n = 100$  по  $k = 10000$  бутстреп-выборкам. В итоге получен приблизительный вид распределения статистического показателя  $x'$  адгезионной прочности системы «волокно–полимерная матрица» при  $n = 100$ . Если в нормативных документах установлено

ограничение по среднему значению адгезионной прочности (например, при  $n = 100$  должно быть выполнено условие  $x' \geq 52$  МПа), то полезной информацией является определение доли значений по бутстреп-выборкам, которые превышают заданный уровень. Доля средних значений адгезионной прочности по  $k = 10000$  бутстреп-выборкам, превышающих 52 МПа, равна 96,5 и 99,6 % для нормального распределения и распределения Вейбулла соответственно (рис. 6).

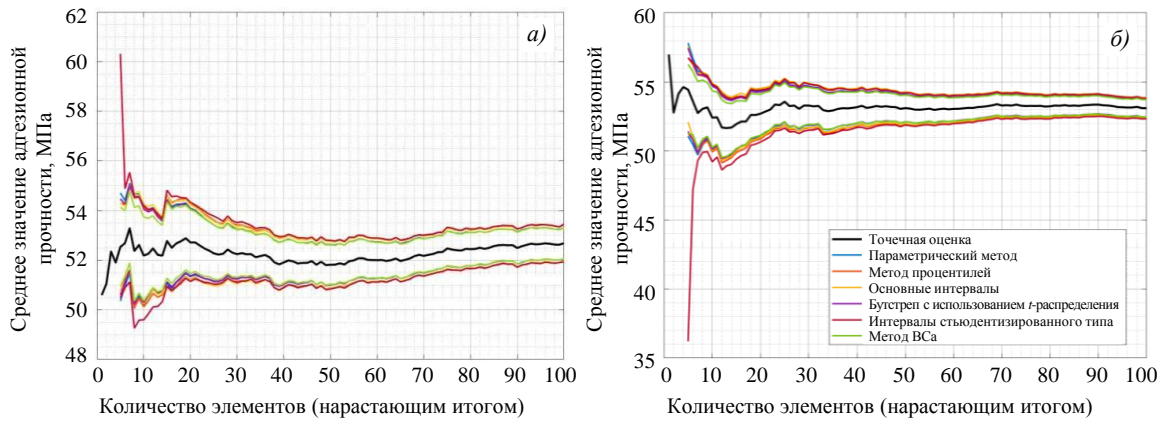


Рис. 5. Оценка границ доверительного интервала среднего значения адгезионной прочности с уровнем доверительной вероятности 95 % для нормального распределения (а) и распределения Вейбулла (б)

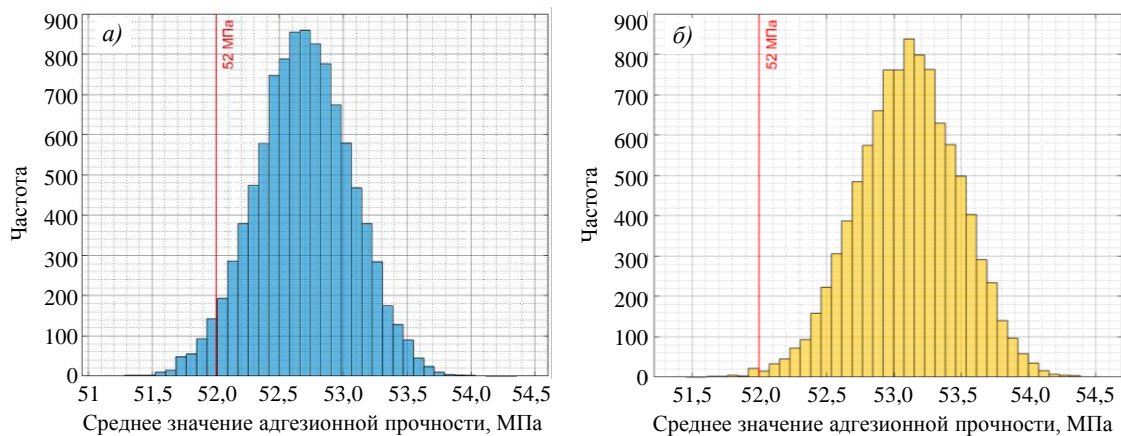


Рис. 6. Гистограммы средних значений адгезионной прочности по  $k = 10000$  бутстреп-выборкам на основе исходной выборки из  $n = 100$  значений для нормального распределения (~96,5 % при  $x' \geq 52$  МПа) (а) и распределения Вейбулла (~99,6 % при  $x' \geq 52$  МПа) (б)

Проведена процедура оценки границ ДИ стандартного отклонения и вероятности события с применением формул из табл. 1 и бутстреп-методов 1, 2 и 5. Для вероятности события использовано контрольное значение 51 МПа и рассчитана доля индивидуальных результатов испытаний, которые больше или равны контрольному значению, относительно всех результатов испытаний  $n$ . Вероятность события индивидуальных значений адгезионной прочности бутстреп-выборки рассчитывается по формуле

$$\rho_{boot} = \frac{m}{n} \cdot 100 \%,$$

где  $m$  – количество значений бутстреп-выборки, которые удовлетворяют условию  $x_{boot1...n} \geq 51$ .

Результаты оценки ДИ представлены на рис. 7 и 8.

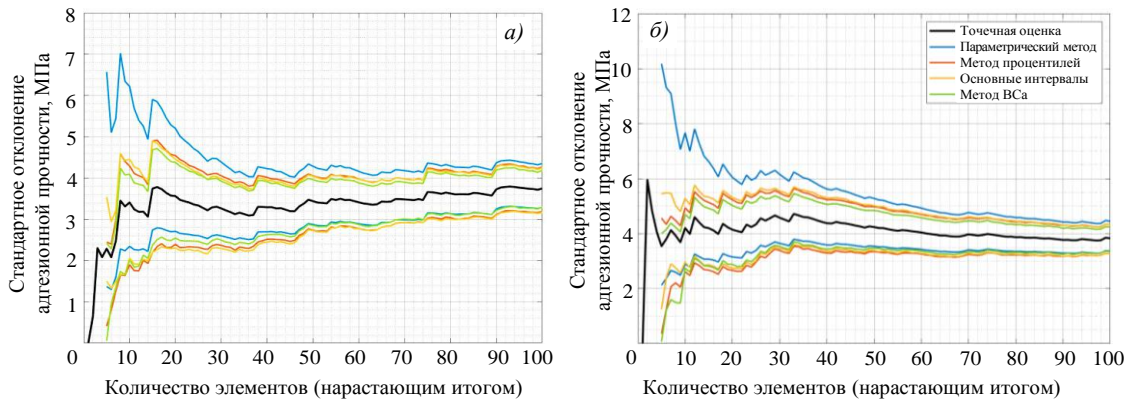


Рис. 7. Оценка границ доверительного интервала стандартного отклонения с уровнем доверительной вероятности 95 % для нормального распределения (а) и распределения Вейбулла (б)

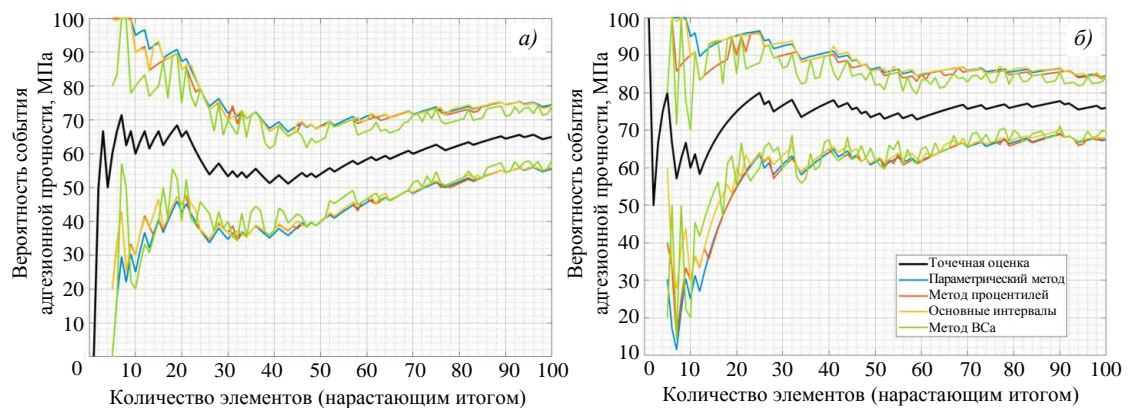


Рис. 8. Оценка границ доверительного интервала вероятности события (индивидуальное значение  $\geq 51$  МПа) с уровнем доверительной вероятности 95 % для нормального распределения (а) и распределения Вейбулла (б)

### Результаты и обсуждение

Определены средние значения адгезионной прочности по сгенерированным данным двух законов распределения (нормального и Вейбулла). На рис. 5 показано, что от 30 значений в исходной выборке требование нормальности у параметрического метода ослабевает (нужный эффект обеспечивается центральной предельной теоремой). В табл. 2 приведена близость оценок ДИ среднего значения адгезионной прочности, полученных с использованием различных бутстреп-методов и параметрического метода независимо от того, выполняются ли предположения нормальности или нет.

На рис. 6 показано, как меняется распределение средних значений адгезионной прочности для исходной выборки размером 100 значений в результате случайной генерации бутстреп-выборок. Это позволяет детально проанализировать дрейф и меру изменчивости среднего значения у получившейся эмпирической функции распределения среднего.

Границы стандартного отклонения параметрического метода всегда смещены относительно границ, вычисленных с использованием различных бутстреп-методов (рис. 7). Доверительные интервалы, вычисленные с помощью бутстреп-методов 1, 2 и 5 в случае двух законов распределения ДИ практически совпадают.

Кривая, полученная с использованием метода ВСа (рис. 8), обладает непостоянным колеблющимся характером. Использовать данный метод для построения ДИ вероятности события не рекомендуется. Остальные бутстреп-методы и параметрический метод показывают идентичные результаты.

Таблица 2

## Оценка доверительного интервала среднего значения адгезионной прочности

Распределение	Метод оценки	Среднее значение адгезионной прочности, МПа, для выборки $n$			
		10	30	50	100
Нормальное	Точечная оценка	52,19	52,24	51,82	52,69
	Параметрический метод	50,21–54,16	51,23–53,26	51,00–52,63	52,06–53,31
	Метод процентилей	50,12–54,11	51,15–53,42	50,88–52,78	51,94–53,42
	Основные интервалы	50,26–54,25	51,05–53,33	50,86–52,75	51,96–53,44
	Бутстреп с использованием $t$ -распределения	50,31–54,06	51,25–53,23	51,01–52,63	52,07–53,31
	Интервалы студентизированного типа	49,60–54,20	51,10–53,51	50,84–52,80	51,93–53,45
	Метод ВСа	50,38–53,74	51,32–53,25	51,04–52,62	52,07–53,30
Вейбулла	Точечная оценка	52,42	53,29	53,11	53,10
	Параметрический метод	49,98–54,85	51,87–54,71	52,11–54,11	52,47–54,74
	Метод процентилей	49,93–54,79	51,68–54,88	51,94–54,24	52,35–54,82
	Основные интервалы	50,04–54,89	51,70–54,90	51,98–54,28	52,39–54,86
	Бутстреп с использованием $t$ -распределения	50,13–54,70	51,91–54,67	52,12–54,10	52,48–54,73
	Интервалы студентизированного типа	49,22–54,84	51,51–54,85	51,89–54,22	52,34–54,83
	Метод ВСа	50,26–54,36	51,94–54,61	52,12–54,06	52,47–54,71

## Заключения

Проведен сравнительный анализ построения ДИ средних значений, среднеквадратических отклонений и вероятностей превышения заданного уровня адгезионной прочности системы «волоконно-полимерная матрица» с помощью параметрических методов и бутстреп-метода для нормального распределения и распределения Вейбулла.

На примере сгенерированных результатов испытаний адгезионной прочности системы «волоконно-полимерная матрица» для двух законов распределения показано, что интервальные оценки, вычисленные с помощью бутстреп-метода и параметрического метода, дают приблизительно одинаковые по величине ДИ (рис. 5, 7, 8 и табл. 2) с уровнем доверительной вероятности 95 %. Однако преимуществом бутстреп-метода является возможность построения и анализа распределений статистических показателей, вычисленных по выборкам большого объема (рис. 6). Использование бутстреп-метода позволяет получить наглядное представление о центре распределения и изменчивости статистического показателя с заданной вероятностью.

Таким образом, бутстреп-метод представляет собой достойную альтернативу параметрическим методам определения границ ДИ для решения задач микромеханики.

Работа выполнена при поддержке ЦКП «Климатические испытания» НИЦ «Курчатовский институт» – ВИАМ в рамках реализации комплексного научного направления 2. «Фундаментально-ориентированные исследования, квалификация материалов, неразрушающий контроль» («Стратегические направления развития материалов и технологий их переработки на период до 2030 года») [22–27].

*Работы (исследования) выполнены при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (Соглашение № 075-11-2021-085 от 22.12.2021).*

## Список источников

1. Каблов Е.Н. Контроль качества материалов – гарантия безопасности эксплуатации авиационной техники // Авиационные материалы и технологии. 2001. № 1. С. 3–8.
2. Ерасов В.С. Современные методы оценки физико-механических свойств материалов // Сб. докл. Всерос. конф. по испытаниям и исследованиям свойств материалов «ТестМат-2012». М.: ВИАМ, 2012. С. 13.
3. Morgan P. Carbon Fibers and Their Composites. Boca Raton: Taylor & Francis, 2005. 1153 p.

4. MIL-HDBK-17: Composite Materials Handbook: in 5 vols. Virginia: Department of Defense, 2002. Vol. 1: Polymer Matrix Composites Guidelines for Characterization of Structural Materials. 586 p.
5. Орешко Е.И., Ерасов В.С., Уткин Д.А., Автаева Я.В. Оборудование для определения физико-механических характеристик материалов методом вдавливания (обзор) // *Авиационные материалы и технологии*. 2021. № 4 (65). Ст. 12. URL: <http://www.journal.viam.ru> (дата обращения: 24.04.2024). DOI: 10.18577/2713-0193-2021-0-4-107-124.
6. Ерасов В.С., Сibaев И.Г. Схема разработки и оценки свойств конструкционных авиационных композиционных материалов // *Авиационные материалы и технологии*. 2023. № 1 (70). Ст. 05. URL: <http://www.journal.viam.ru> (дата обращения: 24.05.2024). DOI: 10.18577/2713-0193-2023-0-1-61-81.
7. Орешко Е.И., Ерасов В.С., Яковлев Н.О., Уткин Д.А. Методы определения механических характеристик материалов с помощью индентирования (обзор) // *Авиационные материалы и технологии*. 2021. № 1 (62). Ст. 10. URL: <http://www.journal.viam.ru> (дата обращения: 21.05.2024). DOI: 10.18577/2713-0193-2021-0-1-104-118.
8. Ерасов В.С., Сibaев И.Г., Сутубалов А.И., Попкова Е.А., Горбовец М.А. Методики механических испытаний по определению прочности углеродных волокон // *Авиационные материалы и технологии*. 2024. № 2 (75). Ст. 11. URL: <http://www.journal.viam.ru> (дата обращения: 26.04.2024). DOI: 10.18577/2713-0193-2024-0-2-137-148.
9. Гуляев А.И. Измерение адгезионной прочности «волоконно–матрица» с применением наноиндентирования (обзор) // *Труды ВИАМ*. 2019. № 3 (75). Ст. 08. URL: <http://www.viam-works.ru> (дата обращения: 30.05.2024). DOI: 10.18577/2307-6046-2019-0-3-68-78.
10. Богданова Ю.Г. Адгезия и ее роль в обеспечении прочности полимерных композитов: учеб. пособие. М.: МГУ, 2010. 68 с.
11. Гуляев А.И., Ерасов В.С., Орешко Е.И., Уткин Д.А. Анализ разрушения углепластика при выталкивании мультифиламентного цилиндра // *Клеи. Герметики. Технологии*. 2021. № 1. С. 28–35.
12. Чуднов И.В., Буянов И.А. Оценка структурных дефектов углеродных волокон и полимерных композиционных материалов на их основе // *Наука и образование (МГТУ им. Н.Э. Баумана)*. 2011. № 11. Ст. 12. URL: <http://www.istina.msu.ru> (дата обращения: 24.05.2024). DOI: 77-30569/281952.
13. Гадолина И.В., Лисаченко Н.Г. Разработка метода построения доверительных интервалов для процентилей случайной выборки прочности композитов с применением бутстреп-моделирования // *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*. 2017. Т. 83. № 11. С. 73–77.
14. Агамиров Л.В. Методы статистического анализа механических испытаний. М.: Интермет Инжиниринг, 2004. 128 с.
15. Сутубалов А.И., Подживотов Н.Ю., Шершак П.В., Яковлев Н.О. Оценка однородности физико-механических свойств полуфабрикатов авиационного назначения // *Авиационные материалы и технологии*. 2024. № 1 (74). Ст. 10. URL: <http://www.journal.viam.ru> (дата обращения: 30.04.2024). DOI: 10.18577/2713-0193-2024-0-1-121-135.
16. Нестеров А.В., Нестеров С.В., Козак Д.А. К проверке отклонения распределения вероятностей от нормального распределения в системе компьютерной математики Matlab // *Научные труды КубГТУ*. 2015. № 6. С. 1–31.
17. Крупин В.Г., Павлов А.Л., Попов Л.Г. Высшая математика. Теория вероятностей, математическая статистика, случайные процессы. Сборник задач с решениями: учеб. пособие. М.: ИД МЭИ, 2013. 408 с.
18. Hoang Ph. Handbook of Engineering Statistics. Heidelberg: Springer, 2023. 1135 p.
19. Efron B., Tibshirani R. An Introduction to the Bootstrap. London: Chapman Hall, 1993. 436 p.
20. Глухов В.В., Ануфриев Д.В. Бутстреп-процедуры определения точностных характеристик // *Научный вестник МГТУ ГА*. 2005. № 89 (7). С. 30–35.
21. Davison A.C., Hinkley D.V. Bootstrap methods and their application. Cambridge: Cambridge University Press, 2006. 592 p.
22. Шершак П.В., Яковлев Н.О., Сутубалов А.И. Стандарты по испытаниям полимерных композиционных материалов. Часть 1. Растяжение // *Авиационные материалы и технологии*. 2023. № 3 (72). Ст. 12. URL: <http://www.journal.viam.ru>. (дата обращения: 24.05.2024). DOI: 10.18577/2713-0193-2023-0-3-152-166.

23. Сидорина А.И. Модификация поверхности углеродных армирующих наполнителей для полимерных композиционных материалов электрохимической обработкой (обзор) // Труды ВИАМ. 2022. № 4 (110). Ст. 07. URL: <http://www.viam-works.ru> (дата обращения: 30.05.2024). DOI: 10.18577/2307-6046-2022-0-4-61-74.
24. Ерасов В.С., Орешко Е.И. Деформация и разрушение как процессы изменения объема, площади поверхности и линейных размеров в нагружаемых телах // Труды ВИАМ. 2016. № 8 (44). Ст. 11. URL: <http://www.viam-works.ru> (дата обращения: 28.05.2024). DOI: 10.18577/2307-6046-2016-0-8-11-11.
25. Попов Ю.О., Колокольцева Т.В., Громова А.А., Гусев Ю.А. Влияние эксплуатационных факторов на основные физико-механические свойства изделия из стеклопластика ВПС-31 // Труды ВИАМ. 2021. № 11 (105). Ст. 08. URL: <http://www.viam-works.ru> (дата обращения: 24.05.2024). DOI: 10.18577/2307-6046-2021-0-11-82-90.
26. Луценко А.Н., Одинцев И.Н., Гриневич А.В., Северов П.Б., Плугатарь Т.П. Исследование процесса деформации материала оптико-корреляционными методами // Авиационные материалы и технологии. 2014. № S4. С. 70–86. DOI: 10.18577/2071-9140-2014-0-s4-70-86.
27. Ильичев А.В. Сравнение стандартов ГОСТ и ASTM для проведения механических испытаний ПКМ на растяжение // Все материалы. Энциклопедический справочник с Приложением «Комментарии к стандартам, ТУ, сертификатам». 2015. № 8. С. 2–9.

### References

1. Kablov E.N. Quality control of materials – a guarantee of safety of operation of aviation equipment. *Aviacionnye materialy i tehnologii*, 2001, no. 1, pp. 3–8.
2. Erasov V.S. Modern methods of assessing the physical and mechanical properties of materials. *Reports All-Rus. Conf. on testing and research of the properties of materials «TestMat–2012»*. Moscow: VIAM, 2012, p. 13.
3. Morgan P. *Carbon Fibers and Their Composites*. Boca Raton: Taylor & Francis, 2005, 1153 p.
4. *MIL-HDBK-17: Composite Materials Handbook*: in 5 vols. Virginia: Department of Defense, 2002. Vol. 1: Polymer Matrix Composites Guidelines for Characterization of Structural Materials, 586 p.
5. Oreshko E.I., Erasov V.S., Utkin D.A., Avtayeva Ya.V. The equipment for definition of physico-mechanical characteristics of materials by press-in method (review). *Aviation materials and technologies*, 2021, no. 4 (65), paper no. 12. Available at: <http://www.journal.viam.ru> (accessed: April 24, 2024). DOI: 10.18577/2713-0193-2021-0-4-107-124.
6. Erasov V.S., Sibayev I.G. Scheme for the development and evaluation of properties of structural aviation composite materials. *Aviation materials and technologies*, 2023, no. 1 (70), paper no. 05. Available at: <http://www.journal.viam.ru> (accessed: May 24, 2024). DOI: 10.18577/2713-0193-2023-0-1-61-81.
7. Oreshko E.I., Erasov V.S., Yakovlev N.O., Utkin D.A. Methods for determining the mechanical characteristics of materials using indentation (review). *Aviation materials and technology*, 2021, no. 1 (62), paper no. 10. Available at: <http://www.journal.viam.ru> (accessed: May 21, 2024). DOI: 10.18577/2713-0193-2021-0-1-104-118.
8. Erasov V.S., Sibayev I.G., Sutubalov A.I., Popkova E.A., Gorbovets M.A. Methods of mechanical testing to determine the strength of carbon fibers. *Aviation materials and technologies*, 2024, no. 2 (75), paper no. 11. Available at: <http://www.journal.viam.ru> (accessed: April 26, 2024). DOI: 10.18577/2713-0193-2024-0-2-137-148.
9. Gulyayev A.I. Fiber-matrix adhesion strength measurement using nanoindentation (review). *Trudy VIAM*, 2019, no. 3 (75), paper no. 08. Available at: <http://www.viam-works.ru> (accessed: May 30, 2024). DOI: 10.18577/2307-6046-2019-0-3-68-78.
10. Bogdanova Yu.G. *Adhesion and its role in ensuring the strength of polymer composites*: textbook. Moscow: Moscow State University, 2010, 68 p.
11. Gulyaev A.I., Yerasov V.S., Oreshko E.I., Utkin D.A. Analysis of carbon fiber destruction during expulsion of a multifilament cylinder. *Klei. Germetiki. Tekhnologii*, 2021, no. 1, pp. 28–35.
12. Chudnov I.V., Buyanov I.A. Assessment of structural defects of carbon fibers and polymer composite materials based on them. *Nauka i obrazovaniye (MGTU im. N.E. Bauman)*, 2011, no. 11, paper no. 12. Available at: <http://www.istina.msu.ru> (accessed: May 24, 2024). DOI: 77-30569/281952.
13. Gadolina I.V., Lisachenko N.G. Development of a method for constructing confidence intervals for percentiles of a random sample of composite strength using bootstrap modeling. *Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov*, 2017, vol. 83, no. 11, pp. 73–77.

14. Agamirov L.V. *Methods of statistical analysis of mechanical tests*. Moscow: Internet Engineering, 2004, 128 p.
15. Sutubalov A.I., Podzhivotov N.Yu., Shershak P.V., Yakovlev N.O. Evaluation of homogeneity of physical and mechanical properties of semi-finished products for aviation purpose. *Aviation materials and technologies*, 2024, no. 1 (74), paper no. 10. Available at: <http://www.journal.viam.ru> (accessed: April 30, 2024). DOI: 10.18577/2713-0193-2024-0-1-121-135.
16. Nesterov A.V., Nesterov S.V., Kozak D.A. On checking the deviation of probability distribution from normal distribution in the Matlab computer mathematics system. *Nauchnye trudy KubGTU*, 2015, no. 6, pp. 1–31.
17. Krupin V.G., Pavlov A.L., Popov L.G. *Higher mathematics. Probability theory, mathematical statistics, random processes. Collection of problems with solutions: textbook*. Moscow: Publ. House MEI, 2013, 408 p.
18. Hoang Ph. *Handbook of Engineering Statistics*. Heidelberg: Springer, 2023, 1135 p.
19. Efron B., Tibshirani R. *An Introduction to the Bootstrap*. London: Chapman Hall, 1993, 436 p.
20. Glukhov V.V., Anufriev D.V. Bootstrap procedures for determining accuracy characteristics. *Nauchnyy vestnik MGTU GA*, 2005, no. 89 (7), pp. 30–35.
21. Davison A.C., Hinkley D.V. *Bootstrap methods and their application*. Cambridge: Cambridge University Press, 2006, 592 p.
22. Shershak P.V., Yakovlev N.O., Sutubalov A.I. Standards for testing polymer composite materials. Part 1. Tensile properties. *Aviation materials and technologies*, 2023, no. 3 (72), paper no. 12. Available at: <http://www.journal.viam.ru> (accessed: May 24, 2024). DOI: 10.18577/2713-0193-2023-0-3-152-166.
23. Sidorina A.I. Modification of the surface of carbon reinforcing fillers for polymer composite materials by electrochemical treatment (review). *Trudy VIAM*, 2022, no. 4 (110), paper no. 07. Available at: <http://www.viam-works.ru> (accessed: May 30, 2024). DOI: 10.18577/2307-6046-2022-0-4-61-74.
24. Erasov V.S., Oreshko E.I. Deformation and destruction as processes of change of volume, the areas of a surface and the linear sizes in loaded bodies. *Trudy VIAM*, 2016, no. 8, paper no. 11. Available at: <http://www.viam-works.ru> (accessed: May 28, 2024). DOI: 10.18577/2307-6046-2016-0-8-11-11.
25. Popov Yu.O., Kolokoltseva T.V., Gromova A.A., Gusev Yu.A. Influence of operational factors on the main physical and mechanical properties of a fiberglass product VPS-31. *Trudy VIAM*, 2021, no. 11 (105), paper no. 08. Available at: <http://www.viam-works.ru> (accessed: May, 24, 2024). DOI: 10.18577/2307-6046-2021-0-11-82-90.
26. Lutsenko A.N., Odintsev I.N., Grinevich A.V. et al. Study of material deformation by optical-correlation methods. *Aviacionnye materialy i tehnologii*, 2014, no. S4, pp. 70–86. DOI: 10.18577/2071-9140-2014-0-s4-70-86.
27. Plyichev A.V. Comparison of GOST and ASTM standards for mechanical testing of polymer composite materials for tension. *Vse materialy. Entsiklopedicheskiy spravochnik s Prilozheniyem «Kommentarii k standartam, TU, sertifikatam»*, 2015, no. 8, pp. 2–9.

#### Информация об авторах

**Сутубалов Александр Игоревич**, техник, НИЦ «Курчатовский институт» – ВИАМ, [admin@viam.ru](mailto:admin@viam.ru)

**Подживотов Николай Юрьевич**, старший научный сотрудник, к.т.н., НИЦ «Курчатовский институт» – ВИАМ, [admin@viam.ru](mailto:admin@viam.ru)

**Шершак Павел Викторович**, заместитель начальника лаборатории, к.т.н., НИЦ «Курчатовский институт» – ВИАМ, [admin@viam.ru](mailto:admin@viam.ru)

**Яковлев Николай Олегович**, начальник лаборатории, к.т.н., НИЦ «Курчатовский институт» – ВИАМ, [admin@viam.ru](mailto:admin@viam.ru)

#### Information about the authors

**Alexander I. Sutubalov**, Technican, NRC «Kurchatov Institute» – VIAM, [admin@viam.ru](mailto:admin@viam.ru)

**Nikolay Yu. Podzhivotov**, Senior Researcher, Candidate of Sciences (Tech.), NRC «Kurchatov Institute» – VIAM, [admin@viam.ru](mailto:admin@viam.ru)

**Pavel V. Shershak**, Deputy Head of Laboratory, Candidate of Sciences (Tech.), NRC «Kurchatov Institute» – VIAM, [admin@viam.ru](mailto:admin@viam.ru)

**Nikolay O. Yakovlev**, Head of Laboratory, Candidate of Sciences (Tech.), NRC «Kurchatov Institute» – VIAM, [admin@viam.ru](mailto:admin@viam.ru)

Статья поступила в редакцию 25.06.2024; получена после доработки 15.08.2024; одобрена и принята к публикации после рецензирования 15.08.2024.  
The article was submitted 25.06.2024; received in revised form 15.08.2024; approved and accepted for publication after reviewing 15.08.2024.